RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia sino al 6 luglio 1902.

Paleontologia. — *Sul rinvenimento di un teschio di Squalodontidi nel calcare bituminoso di Ragusa in Sicilia.* Nota preliminare del Socio G. G. Gemmellaro.

Pochi giorni or sono il sig. A. P. Brown ha gentilmente donato al Museo di Geologia della Universià di Palermo un teschio di *Squalodontidi* rinvenuto nel calcare bituminoso del Miocene medio di Ragusa in Sicilia.

L'osso frontale, il temporale, lo jugale, l'intermascellare, il mascellare superiore ed il mascellare inferiore sono intieri; del parietale e dell'occipitale se ne vede soltanto porzione.

La serie dentale del mascellare inferiore è ben conservata, quella del mascellare superiore e dell'intermascellare conservata in parte.

La scoverta di questo teschio è interessante, perchè i suoi molari si allontanano per la forma da quelli dei veri *Squalodon;* mentre invece si avvicinano a quelli dello *Squalodon* (*Phocodon*) *Scillae* Agas.

L'Agassiz instituì il genere *Phocodon* sulla figura data da Scilla di tre molari provenienti dal Miocene medio di Malta. Oggi i paleontologisti sono d'accordo nel riferirli alla famiglia *Squalodontidae*, e con gran probabilità al genere *Squalodon*, precedentemente stabilito da Grateloup; però è incerta ancora la loro identificazione al genere *Squalodon*, perchè questi molari sono dentellati al margine anteriore e posteriore, e compressi lateralmente, come quelli del *Zeuglodon.*

La illustrazione del teschio di Ragusa, che ha i molari colla medesima forma di quelli di Malta, sebbene più piccoli, toglierà ogni dubbio sulla posizione sistematica dei denti provenienti da Malta, figurati dallo Scilla più di due secoli addietro.

Meccanica. — *Intorno ad alcuni particolari movimenti di un punto sopra una superficie.* Nota di E. DANIELE, presentata dal Socio VOLTERRA.

In una Nota di recente pubblicazione (1) risolvetti un problema relativo al moto di un punto in un piano: problema che consisteva nel determinare quei movimenti nei quali le ∞^2 traiettorie, che corrispondono ad uno stesso valore della costante delle forze vive, si possono distribuire in sistemi ortogonali. I risultati a cui pervenni sono i seguenti: la costante delle forze vive (tolto il caso del moto rettilineo uniforme) deve essere nulla, e la funzione potenziale soddisfare all' equazione

$$\frac{\partial^2 \lg U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \lg U}{\partial y^2} = 0;$$

verificandosi queste condizioni, le traiettorie nel moto corrispondente si ottengono con due quadrature, ed i sistemi ortogonali, nei quali si possono distribuire, sono isotermi.

Non è difficile estendere al movimento di un punto sopra una superficie qualunque le considerazioni ed i risultati contenuti in quella Nota; ed è quanto mi propongo di fare nelle pagine che seguono.

1. Un punto di massa eguale all' unità si muova sopra una superficie di elemento lineare

$$ds^2 = E\,du^2 + 2F\,du\,dv + G\,dv^2,$$

sotto l' azione di forze di potenziale U. La ricerca delle traiettorie, che corrispondono ad un medesimo valore della costante delle forze vive h, si può far dipendere dall' integrazione dell' equazione

$$(1) \qquad \Delta_1\theta \equiv \frac{1}{H^2}\left[E\left(\frac{\partial\theta}{\partial v}\right)^2 - 2F\frac{\partial\theta}{\partial u}\frac{\partial\theta}{\partial v} + G\left(\frac{\partial\theta}{\partial u}\right)^2\right] = 2(U+h),$$

essendo

$$H^2 = EG - F^2;$$

poichè, come si dimostra ricorrendo, ad es., al principio della minima azione, il problema delle traiettorie per la data superficie equivale a quello delle geodetiche per un' altra superficie il cui elemento lineare sia dato da

$$ds'^2 = 2(U+h)\,ds^2,$$

(1) *Sopra alcuni particolari movimenti di un punto in un piano*; Rend. della R. Acc. dei Lincei, vol. XI, 1902.

e quest' ultimo problema dipende, come è noto, dall' integrazione dell' equazione

$$\Delta_1\theta = 1 .$$

Ad ogni integrale θ della (1) corrisponderà dunque una famiglia di traiettorie del punto mobile, che saranno le linee ortogonali alla famiglia $\theta = \text{cost.}$, e si otterranno integrando l' equazione

$$\left(E\frac{\partial\theta}{\partial v} - F\frac{\partial\theta}{\partial u}\right)du + \left(F\frac{\partial\theta}{\partial v} - G\frac{\partial\theta}{\partial u}\right)dv = 0 .$$

Se poi si conosce un integrale della (1) contenente una costante arbitraria a, l' equazione

$$\frac{\partial\theta}{\partial a} = \text{cost.}$$

rappresenterà tutte le traiettorie che corrispondono al valore fissato per h.

2. Ciò premesso, vogliamo vedere se esistono sulla superficie dei sistemi ortogonali composti unicamente di traiettorie. La risposta a tale questione è identica a quella che già ottenni nel caso del piano. Difatti se imaginiamo riferita la superficie ad un sistema ortogonale isotermo (φ, ψ), che dia al quadrato dell' elemento lineare la forma

$$ds^2 = \lambda(d\varphi^2 + d\psi^2),$$

l' identico calcolo fatto nel piano conduce al risultato che *condizione necessaria e sufficiente, affinchè le linee* $\theta = \text{cost.}$ *insieme colle linee ortogonali* $\theta_0 = \text{cost.}$ *costituiscano un sistema di traiettorie del punto mobile, è che* θ *verifichi simultaneamente le due equazioni*

$$\Delta_1\theta = 2(U + h) \quad , \quad \Delta_2\theta = 0 . \tag{2}$$

Il sistema (θ, θ_0) *è allora isotermo.*

Le espressioni $\Delta_1\theta$, $\Delta_2\theta$ sono i parametri differenziali di Beltrami calcolati in coordinate (φ, ψ); per le proprietà ben note dei parametri differenziali sarà indifferente calcolarli con queste coordinate o colle primitive (u, v): quindi le condizioni (2) valgono in coordinate qualunque.

La questione è così ridotta a trovare le condizioni affinchè le (2) ammettano soluzioni comuni. Ora ponendo

$$\lambda(U + h) = V ,$$

le (2) si scrivono

$$\left(\frac{\partial\theta}{\partial\varphi}\right)^2 + \left(\frac{\partial\theta}{\partial\psi}\right)^2 = 2V \quad , \quad \frac{\partial^2\theta}{\partial\varphi^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial\psi^2} = 0 ;$$

ma questo sistema coincide precisamente, nella forma, col sistema (3) della

mia Nota citata, ed un calcolo identico a quello svolto colà mostra che le condizioni domandate si riducono all'unica

$$\frac{\partial^2 \lg V}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \lg V}{\partial \psi^2} = 0 , \tag{3}$$

ossia, sostituendo per V la sua espressione precedente, e introducendo la curvatura totale K della superficie, che è data da

$$2K = - \Delta_2 \lg \lambda , \tag{4}$$

$$2Kh^2 + (4KU - \Delta_2 U)\, h + (2K - \Delta_2 \lg U)\, U^2 = 0 .$$

Siccome U non deve dipendere da h, dovrà aversi, fintantochè h non è nulla,

$$K = 0 , \quad 4KU - \Delta_2 U = 0 , \quad 2K - \Delta_2 \lg U = 0 ,$$

ossia

$$K = 0 , \quad U = \text{cost.}$$

Adunque: *Salvo il caso che il movimento avvenga sopra una superficie sviluppabile sotto l'azione di forze nulle, non è possibile comporre le traiettorie in sistemi ortogonali (isotermi) se non a condizione che la costante delle forze vive sia nulla; affinchè la cosa sia possibile occorre di più che la funzione potenziale verifichi l'eguaglianza*

$$\Delta_2 \lg U = 2K . \tag{5}$$

Queste due condizioni sono anche sufficienti.

Evidentemente la (5) si può intendere scritta in coordinate (u , v) qualunque.

3. Si può osservare che si perviene alla (3) anche per un'altra via. Come si è già ricordato, le traiettorie della superficie data corrispondono alle geodetiche di un'altra superficie di elemento lineare

$$ds'^2 = 2 (U + h)\, ds^2 :$$

la questione adunque di vedere se sulla prima superficie le traiettorie si possano distribuire in sistemi ortogonali, equivale a quella di riconoscere se sulla seconda si possano formare dei sistemi ortogonali colle geodetiche. Supposto che ciò sia possibile, e riferita la superficie ad un tale sistema ortogonale, la formola di Liouville [1]

$$K = \frac{1}{H}\left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial u\, \partial v} + \frac{\partial}{\partial u}\frac{\sqrt{G}}{\varrho} + \frac{\partial}{\partial v}\frac{\sqrt{E}}{\varrho_1}\right),$$

che esprime la curvatura totale per l'angolo ω delle linee coordinate e le

[1] V. Bianchi, *Lez. di geom. diff.*, pag. 147.

curvature geodetiche $\frac{1}{\varrho}, \frac{1}{\varrho_1}$ delle linee stesse, mostra senz'altro che la superficie è a curvatura nulla. La condizione che si cercava per le traiettorie della data superficie si esprimerà dunque scrivendo che è nulla la curvatura della forma

$$ds'^2 = 2(U + h)\, ds^2;$$

e se prendiamo per semplicità

$$ds^2 = \lambda (d\varphi^2 + d\psi^2),$$

troviamo come condizione

$$\frac{\partial^2 \lg \lambda (U + h)}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 \lg \lambda (U + h)}{\partial v^2} = 0,$$

che è appunto la (3).

4. Facendo, nella (5), $K = 0$ si ricade nell'equazione che s'era trovata studiando il movimento di un punto nel piano (1). Del resto anche nel caso che la superficie sia qualunque, si può sempre ritenere che U dipenda da un'equazione della forma (5) col secondo membro nullo; difatti le (2) dicono che per avere U basta integrare l'equazione $\Delta_2 \theta = 0$, dopo di che la U si ottiene dalla $\Delta_1 \theta = 2U$ senza ulteriori quadrature.

Prima di passare alla effettiva ricerca delle traiettorie nei movimenti che andiamo esaminando, notiamo ancora una proprietà che emerge dall'equazione (5) cui deve soddisfare la U. Riferendoci ad un sistema isotermo (φ, ψ), la (5) si può scrivere, in causa della (4):

$$\Delta_2 \lg U + \Delta_2 \lg \lambda = 0.$$

Ora questa equazione è simmetrica rispetto a λ e U, e quindi si ha il seguente notevole teorema di permutabilità:

Se sopra una superficie di elemento lineare

$$ds^2 = \lambda (d\varphi^2 + d\psi^2)$$

avviene un movimento della natura che consideriamo sotto l'azione di forze di potenziale U, *si avrá un movimento analogo sopra una superficie di elemento lineare*

$$d\sigma^2 = U (d\varphi^2 + d\psi^2)$$

sotto l'azione di forze potenziale λ. *Le traiettorie sia dell'una che dell'altra superficie corrispondono alle geodetiche di una stessa superficie il cui elemento lineare è dato da*

$$ds'^2 = 2\lambda U (d\varphi^2 + d\psi^2).$$

5. Vediamo ora come si ottengono le traiettorie quando, essendo nulla la costante delle forze vive, la funzione potenziale soddisfa alla condizione

(1) La formola (7) della mia Nota citata.

che abbiamo trovato, quando, cioè, le traiettorie si possono distribuire in sistemi ortogonali (isotermi). Il calcolo si può svolgere in modo analogo a quello svolto nel caso della superficie piana. Il problema consiste, in sostanza, nel trovare le soluzioni del sistema (2) con $h = 0$, cioè le soluzioni comuni alle due equazioni [1]

$$(6)\qquad \begin{cases} \dfrac{E\left(\dfrac{\partial\theta}{\partial v}\right)^2 - 2F\dfrac{\partial\theta}{\partial u}\dfrac{\partial\theta}{\partial v} + G\left(\dfrac{\partial\theta}{\partial u}\right)^2}{H^2} = 2U \\ \dfrac{\partial}{\partial u}\dfrac{G\dfrac{\partial\theta}{\partial u} - F\dfrac{\partial\theta}{\partial v}}{H} + \dfrac{\partial}{\partial v}\dfrac{E\dfrac{\partial\theta}{\partial v} - F\dfrac{\partial\theta}{\partial u}}{H} = 0. \end{cases}$$

Posto

$$(7)\qquad \frac{G\dfrac{\partial\theta}{\partial u} - F\dfrac{\partial\theta}{\partial v}}{H} = \theta_1 \quad , \quad \frac{E\dfrac{\partial\theta}{\partial v} - F\dfrac{\partial\theta}{\partial u}}{H} = \theta_2 ,$$

le equazioni precedenti si trasformano nelle altre

$$(6')\qquad \theta_1\frac{\partial\theta}{\partial u} + \theta_2\frac{\partial\theta}{\partial v} = 2HU \quad , \quad \frac{\partial\theta_1}{\partial u} + \frac{\partial\theta_2}{\partial v} = 0 ;$$

d'altra parte le (7) si possono anche scrivere

$$(7')\qquad \frac{\partial\theta}{\partial u} = \frac{E\theta_1 + F\theta_2}{H} \quad , \quad \frac{\partial\theta}{\partial v} = \frac{F\theta_1 + G\theta_2}{H} ,$$

ed allora dalle (6'), (7') eliminando θ si ottiene il sistema seguente, che equivale al sistema (6):

$$(8)\qquad \begin{cases} E\theta_1^2 + 2F\,\theta_1\,\theta_2 + G\theta_2^2 = 2H^2U \\ \dfrac{\partial\theta_1}{\partial u} + \dfrac{\partial\theta_2}{\partial v} = 0 \\ \dfrac{\partial}{\partial u}\dfrac{F\theta_1 + G\theta_2}{H} - \dfrac{\partial}{\partial v}\dfrac{E\theta_1 + F\theta_2}{H} = 0. \end{cases}$$

Una volta calcolate θ_1 e θ_2, dalle (7') si ha immediatamente θ con una quadratura. Se ora dalla prima delle (8) ricaviamo θ_2 e la sostituiamo nelle due rimanenti, si trovano per θ_1 le equazioni

$$(9)\qquad \begin{cases} 2\dfrac{\partial\theta_1}{\partial u} = \pm\sqrt{2GU - \theta_1^2}\left[-\dfrac{2H}{G}\left\{\begin{matrix}12\\1\end{matrix}\right\} + \dfrac{1}{H}\left(F\dfrac{\partial \lg U}{\partial u} - E\dfrac{\partial \lg U}{\partial v}\right)\right] + \theta_1\dfrac{\partial \lg(GU)}{\partial u} \\ 2\dfrac{\partial\theta_1}{\partial v} = \pm\sqrt{2GU - \theta_1^2}\left[-\dfrac{2H}{G}\left\{\begin{matrix}22\\1\end{matrix}\right\} + \dfrac{1}{H}\left(G\dfrac{\partial \lg U}{\partial u} - F\dfrac{\partial \lg U}{\partial v}\right)\right] + \theta_1\dfrac{\partial \lg(GU)}{\partial v}, \end{cases}$$

[1] Un caso particolare di questo sistema si presentò, nel piano, al prof. Morera, nel § IV della sua Nota *Sulla separazione delle variabili nelle equazioni del moto di un punto materiale su una superficie*; Atti della R. Accad. di Torino, 1881.

dove si sono introdotti per brevità i simboli di Christoffel

$$\left\{\begin{matrix}12\\1\end{matrix}\right\} = \frac{G\frac{\partial E}{\partial v} - F\frac{\partial G}{\partial u}}{2H^2}, \quad \left\{\begin{matrix}22\\1\end{matrix}\right\} = \frac{-F\frac{\partial G}{\partial v} + 2G\frac{\partial F}{\partial v} - G\frac{\partial G}{\partial u}}{2H^2}.$$

Osserveremo che la condizione d'integrabilità delle (9), tenendo presente che la curvatura K si può esprimere colla formola

$$K = \frac{1}{H}\left[\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{H}{G}\left\{\begin{matrix}22\\1\end{matrix}\right\}\right) - \frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{H}{G}\left\{\begin{matrix}12\\1\end{matrix}\right\}\right)\right],$$

si scrive

$$\Delta_2 \lg U = 2K,$$

che è precisamente l'equazione (5) trovata addietro.

Ed ora per integrare le (9) non vi è che da porre

$$\theta_1 = \eta\sqrt{2GU},$$

col che le (9) si trasformano in queste altre:

$$\frac{2}{\pm\sqrt{1-\eta^2}}\frac{\partial\eta}{\partial u} = -\frac{2H}{G}\left\{\begin{matrix}12\\1\end{matrix}\right\} + \frac{1}{H}\left(F\frac{\partial \lg U}{\partial u} - E\frac{\partial \lg U}{\partial v}\right)$$

$$\frac{2}{\pm\sqrt{1-\eta^2}}\frac{\partial\eta}{\partial v} = -\frac{2H}{G}\left\{\begin{matrix}22\\1\end{matrix}\right\} + \frac{1}{H}\left(G\frac{\partial \lg U}{\partial u} - F\frac{\partial \lg U}{\partial v}\right);$$

di qui integrando si ha

$$\pm \operatorname{arcsen}\eta = a + P,$$

dove a è una costante arbitraria, ed inoltre si è posto

$$2P = \int\left\{\left[\frac{-2H}{G}\left\{\begin{matrix}12\\1\end{matrix}\right\} + \frac{1}{H}\left(F\frac{\partial \lg U}{\partial u} - E\frac{\partial \lg U}{\partial v}\right)\right]du + \right.$$
$$\left. + \left[\frac{-2H}{G}\left\{\begin{matrix}22\\1\end{matrix}\right\} + \frac{1}{H}\left(G\frac{\partial \lg U}{\partial u} - F\frac{\partial \lg U}{\partial v}\right)\right]dv\right\}.$$

Si ha dunque

$$\eta = \pm \operatorname{sen}(a + P)$$

e quindi

$$\theta_1 = \pm\sqrt{2GU}\operatorname{sen}(a + P).$$

Nota θ_1, la prima delle (8) ci fornisce θ_2:

$$\theta_2 = \frac{\pm\sqrt{2GU}}{G}\left[-F\operatorname{sen}(a + P) + H\cos(a + P)\right],$$

ed infine dalle (7′) abbiamo

$$(10)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial\theta}{\partial u} = \dfrac{\pm\sqrt{2GU}}{G}\left[H\,\mathrm{sen}\,(a+P) + F\cos(a+P)\right] \\ \dfrac{\partial\theta}{\partial v} = \pm\sqrt{2GU}\cos(a+P)\,, \end{cases}$$

dalle quali otteniamo θ con una quadratura.

Si può dare a queste equazioni un'altra forma introducendo l'angolo ω delle linee coordinate. Si ha infatti

$$\cos\omega = \frac{F}{\sqrt{EG}}\quad,\quad \mathrm{sen}\,\omega = \frac{H}{\sqrt{EG}}\,,$$

onde

$$H\,\mathrm{sen}\,(a+P) + F\cos(a+P) = \sqrt{EG}\cos(a+P-\omega).$$

Le (10) diventano quindi

$$(10')\quad \frac{\partial\theta}{\partial u} = \pm\sqrt{2EU}\cos(a+P-\omega)\quad,\quad \frac{\partial\theta}{\partial v} = \pm\sqrt{2GU}\cos(a+P)\,.$$

Il confronto di queste formole e dell'espressione di P colle analoghe che si son trovate nel piano mostra che queste rientrano in quelle generali ora ottenute.

6. I sistemi ortogonali isotermi di cui trattiamo, costituiti di sole traiettorie del punto, si avranno dunque, come si sa, associando all'equazione $\theta(u, v, a) = \text{cost.}$ (con a fissa una qualunque) l'altra $\dfrac{\partial\theta}{\partial a} = \text{cost.}$ [1]. Facendo poi percorrere ad a tutti i valori, quest'ultima equazione rappresenta tutte le traiettorie del punto.

Ma anche qui vi sarà da fare la stessa osservazione che già si fece nel caso del piano, che, cioè, anche l'altra equazione $\theta(u, v, a) = \text{cost.}$ deve rappresentare le traiettorie [2]. La cosa si verifica senz'altro sulle nostre equazioni; poichè se scriviamo distesamente le equazioni θ cost., $\dfrac{\partial\theta}{\partial a} = \text{cost.}$, otteniamo, per le (10′):

$$\int\left\{\sqrt{EU}\cos(a+P-\omega)\,du + \sqrt{GU}\cos(a+P)\,dv\right\} = b$$
$$\int\left\{\sqrt{EU}\,\mathrm{sen}\,(a'+P-\omega)\,du + \sqrt{GU}\,\mathrm{sen}\,(a'+P)\,dv\right\} = b',$$

[1] L'ortogonalità dei sistemi $\theta = \text{cost.}$, $\dfrac{\partial\theta}{\partial a} = \text{cost.}$ risulta subito direttamente osservando che la derivazione, rispetto ad a, dell'equazione $\Delta_1\theta = 2U$ a cui soddisfa θ, conduce alla relazione $\mathrm{F}\left(\theta, \dfrac{\partial\theta}{\partial a}\right) = 0$, dove F indica il parametro differenziale misto di Beltrami; e questa relazione esprime appunto l'ortogonalità dei due sistemi considerati.

[2] Nota citata, n. 5.

e dalla seconda si passa alla prima colla sostituzione

$$a' = a + \frac{\pi}{2} \quad , \quad b' = -b$$

In conclusione si ha: *Le condizioni, affinchè nel movimento di un punto su una superficie le ∞^2 traiettorie corrispondenti ad un medesimo valore della costante delle forze vive si possano distribuire in sistemi ortogonali, sono che la costante delle forze vive sia nulla (tolto il caso che il movimento avvenga su una sviluppabile con forze nulle), e la funzione potenziale soddisfi all' equazione*

$$\Delta_2 \lg U = 2K ;$$

le traiettorie si ottengono allora con due sole quadrature, ed i sistemi ortogonali a cui danno luogo sono isotermi.

Matematica. — *Contributo alla teoria degli insiemi.* Nota del prof. Ettore Bortolotti, presentata dal Socio U. Dini.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Fisica. — *Alcune esperienze sull'arco cantante di Duddel.* Nota di M. Ascoli e R. Manzetti, presentata dal Socio Blaserna.

Il Janet (1) ha proposto recentemente lo schema dell'arco cantante di Duddel, come un metodo per la determinazione dei piccoli coefficienti di autoinduzione. Se nel circuito derivato sull'arco e contenente la capacità e l'autoinduzione è noto il valore della capacità, dell'intensità di corrente, e della differenza di potenziale agli estremi dell'autoinduzione e se si ammette la condizione di risonanza si ha

$$L = C \frac{E^2}{I^2} .$$

Ci siamo occupati di esaminare entro quali condizioni questo metodo potesse essere adottato nella pratica; ed avendo osservato delle divergenze troppo forti fra i valori veri di L e quelli misurati con questo metodo, ne abbiamo ricercato le ragioni.

Una prima quistione che si presenta in queste misure è quella degli istrumenti da adoperarsi per misurare l'intensità di corrente e la differenza di potenziali. Nel solito schema di Peuckert (2) si posero in serie un con-

(1) Comptes Rendus, 1902.
(2) E. T. Z. 1901.

densatore di 6,96 m. f., un elettrodinamometro con coefficiente di autoinduzione di $1{,}080.10^{-3}$ henry, un amperometro termico Hartmann e Braun, ed un amperometro Hummel a falce avente l'avvolgimento sopra una bobina metallica.

Si ottennero i seguenti risultati per diversi valori della corrente oscillante del circuito derivato.

Amp. Termico	Elettrodin.	Amp. Hummel
12,0 A.	5,0 A.	2,4 A.
10,5 A.	4,75 A.	2,1 A.
7,0 A.	3,68 A.	1.9 A.

L'elettrodinamometro dà i valori veri della corrente: si vede che le indicazioni degli altri istrumenti sono straordinariamente diverse. Tale comportamento si spiega perfettamente: nell'amperometro termico il filo sottile che si riscalda è percorso da una corrente derivata sopra uno shunt che è di filo molto grosso ed ha una certa autoinduzione. Si capisce che nello shunt aumenta sia la resistenza ohmica per lo skin-effect, sia l'impedenza, quindi il filo sottile è percorso da una corrente maggiore della normale, e le indicazioni dello strumento sono maggiori del vero.

Nell'amperometro Hummel non shuntato, le correnti di Foucault che si generano nella bobina metallica assorbono la più gran parte dell'energia e l'istrumento dà indicazioni minori del vero.

Per ciò che riguarda i potenziali è esatto un voltmetro elettrostatico Carpentier, mentre dà indicazioni minori del vero un voltometro a filo caldo.

Si possono quindi adottare in queste misure solo l'elettrodinamometro e il voltmetro elettrostatico.

Il coefficiente di induzione da misurarsi era quello dell'ettrodinamometro.

Per ottenere l'arco fischiante era preferibile questo metodo: Si cominciava a produrre l'arco molto corto e molto intenso; poi si diminuiva con continuità la corrente con un reostato a liquido che era posto in serie coll'arco, fino ad avere il suono puro cercato. In tali condizioni furono fatte una serie di misure determinando l'intensità di corrente e il potenziale agli estremi dell'elettrodinamometro. Ottenemmo i seguenti risultati:

V	63,2	63,2	65,2	62,7	62,7	60,7	61,0	72,2	72,2	68,5
I	3,83	3,83	3,83	3,83	3,80	3,80	3,70	3,22	3,13	3,13
C	$6{,}96.10^{-6}$	—	—	—	—	—	—	$3{,}37.10^{-6}$		
L (calc.)	$1{,}89.10^{-3}$	1,89	2,02	1,88	1,91	1,89	2,70	1,69	1,80	1,62
L (vero)	$1{,}080.10^{-3}$	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Si vede subito che il valore di L misurato con questo metodo è ben diverso da quello vero, e le variazioni son tali da non potersi spiegare con errori di misura.

Per avere una ragione di questa divergenza così forte, provammo se essa

poteva essere spiegata col fatto che la resistenza del circuito non era trascurabile. Si avrebbe in tal caso:

$$\omega^2 = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}$$

ma è $\omega^2 = \frac{V}{IL}$ onde

$$R^2 = \frac{4L}{C} - \frac{4V^2}{I^2}$$

dalle misure fatte si deduce

$V^2 : I^2 =$	1090	1090	1160	1070	1090	1080	1080	2010	2130	1920
$4L : C =$	620	—	—	—	—	—	—	1280	—	—

Si vede che R^2 è *negativo*. Ciò significa che non è possibile spiegare questo fatto col supporre *non* trascurabile la resistenza ohmica del circuito.

Calcoliamo il valore della capacità supponendo noto il coefficiente di autoinduzione.

Si ottiene in media:

C misurato	$3{,}30 \cdot 10^{-6}$	$1{,}84 \cdot 10^{-6}$
C vero	$6{,}97 \cdot 10^{-6}$	$3{,}37 \cdot 10^{-6}$

Se ne deduce che se le divergenze fra le misure con questo metodo e quelle eseguite con altri metodi (adottando cioè frequenze più basse) si dovessero ascrivere a variazioni di capacità per la variabilità della costante dielettrica della carta paraffinata del condensatore, essa dovrebbe diminuire colla frequenza. Ora tutte le esperienze fatte sopra diverse sostanze, vetro, ebanite ecc. dimostrano invece che la costante dielettrica cresce col crescere della frequenza, quindi sembra altamente improbabile che questa sia la causa del fatto constatato.

Se ne può concludere che, analogamente alle esperienze Righi [1], anche il circuito derivato all'arco cantante non si comporta come un circuito percorso da correnti alternate col periodo determinato dalle costanti del circuito, e che le divergenze non si possono spiegare nè colla variazione delle costanti del circuito stesso per effetto della frequenza, nè col tener conto di un termine trascurato nell'ipotesi Janet (la resistenza del circuito).

Non resta altra ipotesi che la causa del fenomeno sia dovuta alla forma della corrente, o, ciò che è lo stesso, che la corrente non sia data da una oscillazione semplice, ma dalla sovrapposizione di almeno due oscillazioni semplici; ed abbiamo allora ricercato se lo stroboscopio ci permettesse una tale analisi.

[1] Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, 1902.

Si abbia un disco di circa 25 cm. di diametro diviso in 16 settori alternativamente colorati in bianco e nero; il disco ruoti con una velocità variabile fino a circa 50 giri al secondo.

Allorquando il disco rotante viene illuminato colla luce di un arco cantante, si può osservare questo fenomeno: In determinate condizioni di velocità si vede il disco come fermo, e composto da settori alternativamente grigio chiari e grigio scuri. Il numero dei settori non è lo stesso di quelli disegnati nel disco come nella ordinaria esperienza stroboscopica con un arco a corrente alternata, ma un numero multiplo di essi, ed il multiplo varia a seconda della velocità del disco ed a seconda delle condizioni dell'arco.

L'esperienza era condotta così:

Si faceva ruotare il disco con velocità approssimativamente uniforme: si portavano a contatto i carboni dell'arco, e poi si allontanavano gradatamente in modo da produrre il fischio. Seguitando ad allungare l'arco comparivano man mano sul disco i settori secondo diversi multipli generalmente di 2 e 6, poi si seguitava a sentire il fischio ancora per un certo tratto, ed infine cessava anche il suono. Oppure:

Si manteneva costante la velocità del disco e la lunghezza dell'arco, e si faceva variare con continuità l'intensità della corrente: anche in questo caso si otteneva il fenomeno sopra descritto.

L'esperienza era nettissimamente visibile.

La spiegazione del fenomeno stroboscopico impreveduto non poteva essere data dalla supposizione di una sola vibrazione luminosa esistente nell'arco. Pensammo quindi di verificare sperimentalmente con lo stroboscopio stesso se vi fossero 2 o più velocità del disco per cui fossero visibili i settori in numero uguale a quelli esistenti, essendo in tal caso il periodo della oscillazione luminosa uguale al periodo di riapparizione in un punto di uno dei settori.

E difatti coll'arco nelle condizioni precedentemente dette, per velocità del disco molto piccole (corrispondenti forse a 40-50 alternazioni) si poterono osservare i settori fermi e nello stesso numero di quelli disegnati.

Il fenomeno è ancora nettamente visibile, ma più sbiadito.

Nell'ipotesi che una delle oscillazioni luminose avesse il periodo determinato dalle costanti del circuito, cercammo osservare di nuovo il disco fermo crescendo la velocità. Per osservarlo però (non potendo giugere col disco a quella frequenza) si dovette diminuire la frequenza dell'oscillazione propria del circuito introducendo nel circuito derivato un'autoinduzione maggiore, da 2-3 10^{-3} henry, ed una capacità di circa 40 mf. (era allora $n = 300$ circa).

In tali condizioni il fenomeno si ebbe nettissimo.

Aumentando gradatamente la velocità del disco e mantenendo costanti le

condizioni dell'arco, si osservavano ad un primo istante i settori nello stesso numero, poi i multipli successivamente crescenti da un numero elevato fino al doppio dei settori disegnati, poi di nuovo i multipli crescenti, ed infine i settori di nuovo fermi nello stesso numero. In questo ultimo caso i settori avevano una differenza di tinta straordinariamente marcata e vi poteva mantenere questo effetto (restando costante la velocita) anche variando sensibilmente le condizioni dell'arco, mentre nella prima porzione la più piccola variazione delle condizioni dell'arco produceva la sparizione del fenomeno.

Che una delle oscillazioni, la più bassa nelle nostre esperienze, dipendesse esclusivamente dall'arco, poteva essere dimostrato collo stesso stroboscopio. Se si illumina il disco girante a bassa velocità con l'arco a corrente continua (essendo escluso da un interruttore *bipolare* il circuito derivato) il disco si osserva solo uniformemente grigio.

Ma se si comunica all'arco un impulso iniziale p. es. tenendo aperto il circuito derivato con un interruttore *semplice*, allora l'arco vibra per proprio conto e si osserva allo stroboscopio il fenomeno solito. Però non si osservano mai i multipli, ciò che indica non esservi la vibrazione dell'altro circuito come nel caso precedente.

Il fenomeno è visibile, ma relativamente pallido.

In queste esperienze preliminari non abbiamo potuto eseguire delle misure per sapere entro quale approssimazione la oscillazione più rapida coincidesse col periodo proprio del circuito, e dentro quali limiti variasse quella più lenta, riserbandoci di farlo in appresso. Si può ritenere però assodato sperimentalmente, che nel fenomeno dell'arco di Duddel siamo in presenza di almeno due oscillazioni luminose e quindi sonore ed elettriche di diverso periodo.

Una di periodo più basso, che diremo propria dell'arco, che dipende essenzialmente dalle condizioni di questo e cioè dall'intensità di corrente, dalla natura dei carboni, dalla lunghezza, e molto probabilmente anche dalle condizioni del circuito derivato che influisce per effetto della sua corrente che si scarica attraverso l'arco; un'altra di periodo più elevato che dipende dalle costanti del circuito derivato.

È semplice allora la spiegazione del fenomeno.

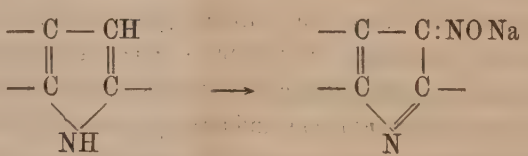
Si hanno due sistemi che hanno ognuno un periodo di oscillazione propria, e corrispondentemente a questi si ha oscillazione di corrente, oscillazione di intensità luminosa e vibrazione sonora comunicata all'aria circostante. Non abbiamo mezzi sperimentali (a meno di non descrivere la curva della intensità) di distinguere i due diversi periodi nella corrente. Lo stroboscopio invece ci dà il mezzo di separare le due oscillazioni componenti dell'intensità luminosa. Probabilmente dei metodi acustici permetterebbero di analizzare i suoni elementari.

Si potrebbe estendere questa ipotesi non solo all'arco di Duddel, ma anche agli altri metodi con cui si sono ottenuti fenomeni sonori, p. es. alle fiamme del Rühmer e alle scariche nei tubi a gas rarefatto del Righi, dappoichè le esperienze di quest'ultimo non sono in contraddizione con essa, anzi se ne possono ritenere una conferma.

Meritano una discussione analitica più accurata i fenomeni stroboscopici che abbiamo più sopra semplicemente descritto: ed è quanto faremo in una prossima Nota.

Chimica. — *Sopra alcuni derivati del pirrolo.* Nota di A. Angeli, F. Angelico ed E. Calvello (1), presentata dal Socio Ciamician.

Le ricerche che abbiamo eseguite sopra i nitrosoindoli e nitrosopirroli hanno confermato pienamente l'esattezza delle vedute che noi abbiamo esposte tre anni or sono sopra la struttura del nitrosofenilindolo di E. Fischer, l'unico composto di questa classe che fino allora era noto. Proseguendo i nostri studî sopra queste sostanze, noi abbiamo stabilito un metodo generale che permette di preparare con ottimi rendimenti i nitrosoindoli ed i nitrosopirroli, ed in tal modo ci è stato possibile studiare il comportamento di questi interessanti composti e di porre in rilievo anche l'analogia che presentano con i nitrosofenoli. Come abbiamo più volte accennato, solamente quegli indoli e quei pirroli che hanno libero un atomo in posizione β possono venir trasformati nei corrispondenti nitrosocomposti (2). Operando con nitrito di amile ed alcoolato sodico, si ottengono direttamente i sali sodici, ai quali con grande probabilità spetta la struttura:

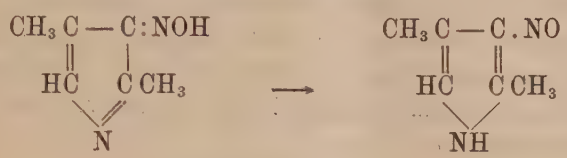


Il nitrosofenilindolo ed il nitrosotrifenilpirrolo che si pongono in libertà per mezzo dell'anidride carbonica o dell'acido acetico sono colorati in giallo; giallo è pure il nitrosometilindolo; però la soluzione cloroformica di questa sostanza, specialmente a caldo, possiede una colorazione che tende al verdognolo.

(1) Lavoro eseguito nel laboratorio di chimica farmaceutica della R. Università di Palermo.

(2) Questa reazione si può anche utilizzare per stabilire la struttura di alcuni pirroli. In tal modo si potrebbe, per esempio, subito decidere se l'emopirrolo di Nencki (Ber. XXXIV, 1687) sia da considerarsi come un isobutilpirrolo ovvero come un metilpropilpirrolo.

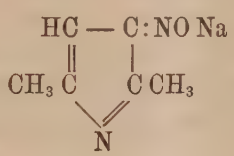
Il pirrolo ed i pirroli sostituiti con radicali alifatici forniscono del parì con tutta facilità i sali sodici dei nitrosoderivati; così abbiamo preparato i sali del nitrosopirrolo, del α-α dimetilpirrolo e del dimetilpirrolo asimmetrico. Tali nitrosopirroli, allo stato libero, sono instabilissimi; se però si decompone con le volute cautele il sale sodico del dimetilpirrolo asimmetrico si nota un fatto interessante; ponendo uno strato di etere sopra una soluzione acquosa e diluita del sale sodico (colorata in giallo) e quindi si acidifica con acido solforico diluito, l'etere assume una bella colorazione verde, che poco a poco scompare. Ciò dimostra che l'isonitrosopirrolo che si pone in libertà assume la forma di un vero nitrosoderivato



e come tale è colorato in verde.

Alquanto diverso è il comportamento dei nitrosoindoli da quello dei nitrosopirroli rispetto all'idrossilammina. I primi infatti non vengono decomposti da questo reattivo, mentre invece le soluzioni dei sali dei nitrosopirroli vengono facilmente scolorate.

In tal modo, partendo p. e. dal sale sodico



si ottiene un prodotto il quale con tutta probabilità è da considerarsi come la triossima

$$CH_3 . C(NOH) . CH_2 . C(NOH) . C(NOH) . CH_3 .$$

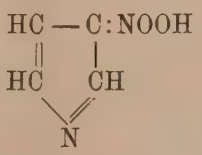
Come tale fornisce un derivato tribenzoilico.

Questa reazione è perfettamente analoga a quella scoperta dal professore Ciamician e che permette di trasformare i pirroli nelle diossime dei γ-dichetoni.

Un'altra differenza fra nitrosoindoli e nitrosopirroli si rende manifesta quando si sottopongano all'azione dei mezzi ossidanti. I primi infatti, come noi abbiamo trovato, in modo analogo a quanto fanno i nitrosofenoli, forniscono i corrispondenti nitroderivati. I nitrosopirroli invece, sottoposti allo stesso trattamento, subiscono una decomposizione profonda che non ci ha permesso di arrivare a prodotti definiti. Giovandoci però di un'altra reazione

ci è stato possibile ottenere sostanze le quali molto probabilmente sono da considerarsi come i sali dei β-nitropirroli. A questo scopo abbiamo impiegato lo stesso metodo che, anni addietro, ha condotto uno di noi alla scoperta della nitroidrossilammina; abbiamo fatto reagire sopra il pirrolo il nitrato di etile in presenza di sodio metallico. Si ottiene così una polvere cristallina, colorata in giallo bruno, che si scioglie nell'acqua con colorazione giallo-aranciato e fornisce precipitati del pari colorati con le soluzioni dei metalli pesanti.

Nel vuoto si conserva bene; invece quando è secco, all'aria oppure nell'essiccatore, dopo qualche minuto si infiamma spontaneamente e deflagra come la polvere pirica. Il sale d'argento, per riscaldamento, esplode facilmente e con grande violenza. In questa reazione il pirrolo si comporta in modo analogo a quanto Thiele (1) ha trovato per il ciclopentadiene ed il nuovo composto, con tutta probabilità è da riguardarsi come il sale sodico dell'acido pirrolnitronico



Nella « Gazzetta chimica » faremo seguire la descrizione dettagliata delle esperienze che si riferiscono a questa Nota preliminare.

Chimica fisiologica. — *Su un nuovo proteide del cervello.* Nota di C. Ulpiani e G. Lelli, presentata dal Socio Paternò.

Durante una serie di ricerche instituite per preparare il protagone dal cervello onde meglio definire l'individualità chimica di esso, noi ci siamo venuti persuadendo che il protagone non esiste nel cervello allo stato libero, ma si trova legato ad una sostanza proteica.

Dopo un lungo lavoro di orientamento siamo riusciti ad isolare questa combinazione, ad analizzarla e scinderla nei suoi componenti: paranucleina e protagone.

Secondo le ultime vedute dei chimici fisiologi la paranucleina è il tipo più semplice dei proteidi in quanto che in essa il gruppo prostetico legato all'albumina è rappresentato dal solo acido fosforico. Nel paranucleo-protagone questo gruppo prostetico si fa complesso, perchè in esso all'acido fosforico della paranucleina si aggiunge la grande molecola del protagone, cosicchè vengono a trovarsi insieme, fusi in una sola molecola, i rappresentanti

(1) Berliner Berichte, XXXIII, 670.

dei tre grandi gruppi di sostanze che compongono l'organismo animale, ossia, un'albumina, i grassi della lecitina, della cerebrina e della cerasina, gli zuccheri riduttori dei cerebrosidi.

L'esistenza di simili enormi complessi molecolari è già stata intravista: Walter (1), riprendendo lo studio dell'Ittulina, vitellina scoperta nelle uova di salmone da Gobley (2), discute la possibilità che l'Ittulina sia una combinazione del protagone colla para-nucleina; ponendo a digerire col succo gastrico artificiale la Ittulina egli trova nei prodotti di digestione oltrechè la para-nucleina anche acidi grassi e sostanze riducenti, e sospetta che la para-nucleina sia legata al protagone, ma in seguito non avendo potuto isolare il protagone e d'altra parte avendo trovato nella para-nucleina una sostanza riducente lascia irresoluta la questione.

In quanto al protagone, che esso sia un individuo chimico definito è ormai fuor di dubbio. Questo interessante composto fu per la prima volta ottenuto da Liebreich (3) che gli diede la formula $C^{116} H^{241} N^4 PO^{22}$. Hoppe Seyler (4), Diakonon (5) e Strecker (6) ritennero che fosse una mescolanza di cerebrina e lecitina; però Gamgee (7) e Blankenhorn confermarono i risultati di Liebreich e diedero la formula $C^{160} H^{308} N^5 PO^{35}$ e più tardi Baumstark (8), Kossel e Fraytag hanno tutti contribuito a stabilire che il protagone è una sostanza unica: solo Thudichum (9) si è ostinato a combatterne l'esistenza.

Ormai, secondo tutti gli autori il protagone è la combinazione della lecitina con i cerebrosidi: cerebrina, cerasina, encefalica, corpi di composizione molto simile, separabili per mezzo della cristallizzazione frazionata delle soluzioni alcooliche calde e formati da acidi grassi e zuccheri.

Schulze (10) in una recentissima Memoria è riuscito ad identificare nella cerebrina la galattosamina.

Nelle nostre ricerche per l'estrazione del protagone dal cervello ci siamo serviti del metodo di Gamgee e Blankenhorn che ci è sembrato il migliore.

Due cervelli di cavallo liberati per quanto è stato possibile dalle meningi e dal sangue, sono stati spappolati in alcool ad 85 e tenuti per dodici ore ad una temperatura di 45°. Dopo di che si è filtrato per raffred-

(1) Walter, H. S. Deutschephis. Chem, 15, pag. 477-494.
(2) Gobley, Journ. de Pharm. et de Chimie, III^e serie, T. XVII, pag. 401.
(3) Liebreich, Ann. Chem. u. Pharm. B. CXXXIV, pag. 2944.
(4) Hoppe Seyler, Med. chem. Untersuch. Heft. 2, pag. 220.
(5) Diakonon, H. S. Med. chem. Untersuch., Heft. 2, pag. 221.
(6) Strecker, Ann. der Chem. und Pharm., Bd. 72, pag. 77.
(7) Gamgee e Blackenorhn, Zeitschr. phys. Chem., III, pag. 260-283.
(8) Baumstark, H. S. XVII, pag. 430.
(9) Thudicum, Journal für Prak. Chem. 25. pag. 19.
(10) Id., l. cit. 53, pag. 49.

damento a 0° si è depositato in fiocchi bianchi il protagone; in questo modo si sono fatte estrazioni fino a che si sono avute convenienti quantità di prodotto che sono state tutte insieme riunite e spappolate in etere per togliere le colesterine e le lecitine mescolate, quindi ricristallizzate dall' alcool ad 85 a 45°.

In questa preparazione abbiamo potuto ben conoscere il protagone; lo abbiamo analizzato ottenendo risultati concordanti con quelli di Gamgee e Blakenhorn, lo abbiamo scisso nei suoi componenti ottenendo la cerebrina da cui per cristallizzazioni frazionate si è separata la cerasina, identificando la prima col potere riducente del suo zucchero, e la seconda che era in poca quantità, dal punto di fusione; abbiamo inoltre studiato le proprietà fisiche e chimiche del protagone e fra esse ha fermato la nostra attenzione la sua estrema solubilità nel cloroformio che prima nessuno aveva avvertito.

Da esse soluzioni il protagone è precipitato dall' acetone, dall' etere acetico, dall'alcool, quindi abbiamo pensato a servirci di queste proprietà per un nuovo metodo di estrazione.

Anche la lecitina è solubile in cloroformio, ed in precedenti studî uno di noi ha applicata questa sua solubilità all'estrazione diretta dei tuorli di uovo servendosi come precipitante dell'acetone.

Essa non è precipitata al contrario del protagone nè dall'alcool, nè dall'etere acetico, proprietà utilissima per separare il protagone dalla lecitina; infatti, in seguito a ciò, nelle nostre preparazioni del protagone dal cervello, escluso l' alcool perchè lo scioglie abbastanza, ci siamo serviti per precipitare le soluzioni cloroformiche di protagone dell' etere acetico che, lasciando in soluzione i grassi, le colesterine e, come sopra si è detto, le lecitine insolubilizza totalmente il protagone.

In questa preparazione col cloroformio, contro la nostra aspettazione, invece che il protagone abbiamo ottenuto un composto che filtrato e lavato con etere acetico, è divenuto insolubile in tutti i solventi organici ed anche nello stesso cloroformio in cui prima era tenuto probabilmente in soluzione dai grassi, dalle colesterine e dalle lecitine.

Preparazione del paranucleo-protagone.

I cervelli di cavallo liberati dalle meningi e dal sangue vengono spappolati in cloroformio col quale il cervello forma una amalgama che solo dopo molti giorni lascia separare un denso e limpido strato di cloroformio. (Nelle nostre ultime preparazioni abbiamo potuto far subito separare quasi tutto il cloroformio senza che si alterasse menomamente la sostanza mediante riscaldamento a 45°).

Il cloroformio filtrato viene trattato con circa lo stesso volume di etere acetico e l'abbondante precipitato così ottenuto, filtrato, viene spappolato in

etere, filtrato di nuovo e tenuto ad esaurire in Soxlet con etere e poi con cloroformio. Il prodotto è affatto insolubile in questi solventi; seccato nel vuoto su acido solforico e polverizzato, ha dato all'analisi i seguenti risultati:

gr. 0,2762 di sostanza bruciata con cromato di piombo, ossido di rame e spirale di rame hanno dato: gr. 0,2174 di H^2O e gr. 0,6158 di CO^2.

C % 60,79 H % 8,74

gr. 0,4208 di sostanza bruciati con ossido di rame e spirale di rame ridotta han dato alla pressione di 750 mm. ed a una temperatura di 24,3 Cmc di N23,6 corrispondenti a gr. 0,0261.

N % 6,2

gr. 0,9414 bruciati con HNO^3 in tubo chiuso a 2008 han dato gr. 0,0548 di $Mg^2 P^2 O^7$.

Ph % 1,62.

Demolizione del paranucleo-protagone con alcool.

Il resto della sostanza è stata trattata con alcool ad 85 e 45° e dopo raffreddamento a 0° filtrato. Dopo questo trattamento con alcool la sostanza che prima era insolubile in cloroformio, è divenuta in gran parte solubile in questo solvente. Infatti tenuta in Soxlet con cloroformio, solo in parte è rimasta insolubile, la maggior parte si è disciolta. La soluzione cloroformica precipita con alcool, etere acetico, acetone; precipitata con etere acetico, ha dato una sostanza bianca, le cui proprietà fisiche e chimiche erano identiche a quelle del protagone.

gr. 0,2510 della sostanza secca bruciati con ossido di rame e spirale di rame ridotta hanno dato gr. 0,2363 di H^2O gr. 0,6134 di CO^2.

C % 66,67 H % 10,45

gr. 0,2197 bruciati come sopra hanno dato gr. 0,2086 di H^2O gr. 0,5372 di CO^2.

C % 66,67 H 10,54

gr. 0,3466 di sostanza bruciati con ossido di rame e spirale di rame ridotta hanno dato a una pressione di 756 mm. e ad una temperatura di 21,5 Cmc di N 8,1 corrispondenti a gr. 0,00916 N % = 2,64.

gr. 0,2845 bruciati come sopra hanno dato a una pressione di 751 mm. e ad una temperatura di 19 gr. 6,3 di N corrispondenti a gr. 0,007156.

N % 2,51

gr. 0,8649 bruciati con HNO^3 in tubo chiuso a 200° hanno dato gr. 0,0432 di $Mg^2 P^2 O^7$.

Ph % 1,38

gr. 0,4274 bruciati con HNO^3 in tubo chiuso a 200° han dato gr. 0,0192 di $Mg^2 P^2O^7$.

Ph % 1,24.

Queste analisi sono abbastanza concordanti con quelle di Liebreich e di Gamgee e Blanknhorn. Infatti:

	1	2	Liebreich	Gamgee e Blanknhorn
C	66,67	66,67	66,74	66,39
H	10,45	10,54	11,74	10,69
N	2,51	2,64	2,80	2,30
Ph	1,38	1,24	1,23	1,06

In una porzione di questo protagone abbiamo identificato il gruppo idrato di carbonio col metodo di Noll (1) bollito per 20 ore con soluzione di HCl al 7,5 ‰, il filtrato riduceva fortemente il liquido di Foeling.

Identificazione della Paranucleina.

Quella parte della sostanza primitiva che dopo il trattamento con alcool era rimasta indisciolta nel cloroformio, dopo esserci assicurati che più nulla cedeva a questo solvente è stata seccata su H^2SO^4 nel moto.

Questa sostanza così seccata, si polverizza benissimo, non si scioglie in alcun solvente organico, solo in alcali diluiti e da queste soluzioni è riprecipitata dagli acidi diluiti; analizzata han dato i seguenti risultati:

gr. 0,2359 bruciati con cromato di piombo, ossido di rame e spirale di rame han dato gr. 0,1638 di H^2O, gr. 0,4688 di CO^2.

C % 54,19 H % + 7,71

gr. 0,3220 bruciati come sopra han dato gr. 0,2240 di H^2O gr. 0,6418 di CO_2.

C % 64,66 H % 57,72

gr. 0,2170 bruciati con CuO e spirale di rame ridotta han dato a mm. 751 e 14° Cmc 21,6 di N corrispondenti a gr. 0,0251.

N % = 11,57

gr. 0,1936 bruciati come sopra hanno dato ad una temperatura di 18 e ad una pressione di 755 mm. cmc 19 di N corrispondenti a gr. 0,02179.

N % = 11,25

gr. 0,989 di sostanza bruciati con carbonato sodico-potassico e nitro han dato gr. 0,0662 di $Mg^2P^2O^7$.

Ph % 1,86

(1) Noll H. S. Zeitsch. physiol. Chem. 27, pag. 370.

gr. 0,9006 di sostanza bruciati con carbonato sodico-potassico e nitro han dato g. 0,0614 di $Mg^2P^2O^7$.

$$Ph\ ^0/_0 = 1{,}90$$

Le proprietà di solubilità sopra accennate, il contener fosforo, l'alto contenuto in N ci hanno fatto pensare alla possibilità che questa sostanza fosse una nucleina o una paranucleina; si è fatta quindi la prova della pepsina, poichè è caratteristico di queste sostanze, di non essere digerite dal succo gastrico artificiale. Infatti gr. 1,6256 di sostanza tenuti per 48 ore in succo gastrico artificiale sono rimasti inalterati. Ci restava a vedere se era una paranucleina od una nucleina. Queste due sostanze proteiche differiscono in questo, che le nucleine danno nella loro demolizione basi xantiniche che mancano alle paranucleine. Abbiamo ricercato queste basi col metodo di Kossel.

La sostanza è stata tenuta a bollire per 4 ore con H^2SO^4 al $^{10}/_0$, quindi si è filtrato e si è trattato il liquido con acetato basico di piombo che fa precipitare i fosfati e le sostanze proteiche, si è allontanato l'eccesso del sale mediante H^2S, e il filtrato concentrato è stato trattrato con NH^3 e soluzione ammoniacale di NO^3Ag, col quale se fossero state presenti le basi xantiniche avrebbero dovuto precipitare allo stato di sali doppi. Il risultato è stato negativo. Era una paranucleina. Allora abbiamo voluto scinderla nei componenti, ed un'ultima porzione di questa sostanza è stata tenuta a bollire con potassa diluita e dopo acidificazione con HNO_3 si è filtrato. Nel liquido con molibdato ammonico si è trovato abbondante quantità di acido fosforico.

Nella parte lasciata indisciolta dalla potassa abbiamo tentato le reazioni caratteristiche delle albumine, ed il risultato è stato nettissimo tanto con quella di Millon quanto con quella del biureto.

Concludendo, a noi sembra chiarissimo emergere dai fatti predetti che nel cervello si trova il protagone non allo stato libero, ma combinato con una paranucleina; e la dimostrazione sta nel fatto che il nostro composto, che chiameremo paranucleo-protagone, mentre prima del trattamento con alcool non cede protagone al cloroformio, che è un buonissimo solvente di esso protagone, di poi, scisso dall'alcool, lo cede in abbondante quantità.

Nè questo potere scindente dall'alcool di fronte a questi complessi si trova ora per la prima volta; ma un fatto analogo avviene per la lecito-albumina, e di esso si sono serviti Hoppe Seyler (1) ed Osborne (2) per dimostrarne l'esistenza. Abbiamo rifatto le esperienze di Hoppe Seyler; abbiamo tenuti tre tuorli d'uovo per un giorno ad esaurire in Soxlet, con etere, li abbiamo seccati e polverizzati e di nuovo li abbiamo tenuti per un giorno ad esau-

(1) Hoppe-Seyler, Med. Chem. Untersuch. Heft 2, pag. 215.
(2) Osborne, Journal of the Am. Chem. Soc. pag. 413-422.

rire con etere; trattati ora con alcool hanno ceduto ad esso abbondante quantità di lecitina che abbiamo precipitato con Cd Cl^2 ed identificato.

Abbiamo provato lo stesso trattamento con altri tre tuorli d'uovo usando invece dell'etere il cloroformio, ed abbiamo ottenuto i medesimi risultati.

Se il cloroformio e l'etere, nei quali la lecitina è solubilissima, nulla più estraggono dai tuorli con essi esauriti prima del trattamento con alcool, è chiaro che la lecitina che si ottiene dipoi, si trova combinata nell'uovo coll'albumina come ha dimostrato Hoppe-Seyler e recentemente ha confermato Osborne.

Il comportamento e la dimostrazione dell'esistenza delle lecito-albumine sono perfettamente analoghi a quelli del nostro nucleo-protagone.

Cristallografia. — *Le deviazioni minime della luce mediante prismi birifrangenti.* Nota di C. Viola, presentata dal Socio Blaserna.

Consideriamo la deviazione minima della luce per onde piane parallele allo spigolo di un prisma. Quando la deviazione è prodotta da un prisma anisotropo immerso in un mezzo isotropo, essa può avere luogo in generale per onde piane inclinate rispetto alla bisettrice del prisma. E questo è il caso generale, che può avvenire sempre, qualunque sia l'orientazione del prisma per rispetto alle direzioni principali ottiche del cristallo; esso non porta alcuna facilitazione alla determinazione degli indici di rifrazione di un cristallo, e non viene perciò mai utilizzato. Ove all'incontro si vuole raggiungere una certa semplicità, si stabilisce il problema in guisa che il minimo della deviazione luminosa avvenga per l'angolo incidente eguale all'angolo emergente; questo intento non è raggiungibile che per speciale orientazione del prisma o meglio delle bisettrici dell'angolo rifrangente del prisma.

I cristallografi e i fisici si sono occupati spesso dell'orientazione, che deve avere un prisma, per far sì che il minimo della deviazione luminosa per onde piane accada quando l'onda è parallela alla bisettrice interna del prisma birifrangente. Senarmont [1] dimostrò che quest'ultima condizione è verificata, quando una delle due bisettrici del prisma cada in uno degli assi di simetria ottica del cristallo per una data luce. Liebisch [2] pervenne agli stessi risultati di Senarmont, trattando il problema da un punto di vista gene-

[1] H. de Senarmont, *Note sur quelques formules propres à la determination des trois indices principaux dans les cristaux biréfrangents.* Nouv. Ann. de Math. 1857, XVI, 273. Vedi pure V. v. Lang, *Ueber die Minimum-Ablenkung der Lichtstrohlen durch doppeltbrechende Prismen.* Akademie der Wissensch. Wien, 1858, XXXIII, 155.

[2] Th. Liebisch, *Ueber das Minimum der Ablenkung durch Prismen optisch zweiaxiger Krystalle.* Nachr. Ges. d. Wiss. Göttingen, 1888, 197.

rale. I lavori teorici posteriori (1) hanno poi dimostrato che i risultati ottenuti da Senarmont e Liebisch non sono i soli che ammette il problema. — Oggi si suole esprimere nel modo seguente la condizione, alla quale deve corrispondere l'orientazione del prisma: Se il minimo della deviazione luminosa mediante un prisma anisotropo immerso in un mezzo isotropo per onde parallele allo spigolo del prisma debba aver luogo con l'angolo incidente eguale all'angolo emergente, la bisettrice esterna del prisma deve cadere in uno dei tre piani di simmetria ottica del cristallo, dal quale si è tagliato il prisma.

Eppure possono darsi delle orientazioni del prisma non contemplate nella proposizione testè espressa, presentando anche esse il minimo della deviazione luminosa con l'angolo incidente eguale all'angolo emergente. Queste orientazioni sfuggirono fino ad ora a tutti coloro, che si sono occupati di questo problema; ma esse non sono meno interessanti delle prime.

Lo scopo della presente Nota è di esaurire la questione del minimo della deviazione luminosa con l'intento di ricercare tutte le possibili orientazioni, che può assumere un prisma nel cristallo capace di generare il minimo per angoli incidente ed emergente eguali.

A tale uopo risaliamo alla condizione generale del minimo della deviazione luminosa. In questa bisogna non si potrà a meno di ripetere alcune cose note; ma io cercherò di essere breve, e per maggior speditezza manterrò le notazioni utilizzate nella mia precedente comunicazione, che sono pure quelle di Liebisch.

Con X, Y, Z sono indicati gli assi di simmetria luminosa del cristallo per una data luce, Z′, X′, Y′ esprimono in questo ordine lo spigolo del prisma, la bisettrice interna e la bisettrice esterna dell'angolo rifrangente del prisma. — I coseni di direzione fra i due sistemi ortogonali sono dati dal seguente schema:

	X	Y	Z
X′	α	β	γ
Y′	α_1	β_1	γ_1
Z′	α_2	β_2	γ_2

(1) C. Viola, *Ueber die Minima der Lichtablenkung durch Prismen anisotroper Medien.* Zeitsch. f. Krystall. XXX, 545. — Th. Liebisch, *Ueber das Minimum der Ablenkung durch Prismen optisch zweiaxiger Krystalle.* Neues Jahrb. für Miner. etc. 1900, I, 57. — C. Viola, *Le deviazioni minime della luce mediante prismi di sostanze anisotrope.* R. Accad. d. Lincei, Roma, 1900, I, 196. V. v. Lang, op. cit.

Siano a, b, c le velocità luminose principali del cristallo; e poniamo:

$$\begin{aligned}
L &= (b^2+c^2)\,\alpha^2 &&+ (c^2+a^2)\,\beta^2 &&+ (a^2+b^2)\,\gamma^2\\
L_1 &= (b^2+c^2)\,\alpha_1^2 &&+ (c^2+a^2)\,\beta_1^2 &&+ (a^2+b^2)\,\gamma_1^2\\
L_2 &= (b^2+c^2)\,\alpha\,\alpha_1 &&+ (c^2+a^2)\,\beta\,\beta_1 &&+ (a^2+b^2)\,\gamma\,\gamma_1\\
M &= b^2\,c^2\,\alpha^2 &&+ c^2\,a^2\,\beta^2 &&+ a^2\,b^2\,\gamma^2\\
M_1 &= b^2\,c^2\,\alpha_1^2 &&+ c^2\,a^2\,\beta_1^2 &&+ a^2\,b^2\,\gamma_1^2\\
M_2 &= b^2\,c^2\,\alpha\,\alpha_1 &&+ c^2\,a^2\,\beta\,\beta_1 &&+ a^2\,b^2\,\gamma\,\gamma_1
\end{aligned}$$

Il piano perpendicolare allo spigolo del prisma, ossia la base di questo prisma, taglia la superficie delle normali secondo una curva, che noi dobbiamo considerare per la ricerca del minimo della deviazione. — Chiamando con p il vettore e con φ l'angolo, che il vettore fa con l'asse X', l'equazione in coordinate polari di detta curva acquista una grande semplicità, grazie alle convenzioni fatte. Essa è la seguente (1):

$$(1)\quad p^4 - p^2\{L\cos^2\varphi + L_1\,\mathrm{sen}^2\varphi + L_2\,\mathrm{sen}\,2\varphi\{ + M\cos^2\varphi + M_1\,\mathrm{sen}^2\varphi + M_2\,\mathrm{sen}\,2\varphi = 0$$

Il vettore p ricavato da questa equazione dà dunque la velocità luminosa dell'onda parallela allo spigolo del prisma, la quale fa con la bisettrice esterna Y' l'angolo φ.

Si noti che p è funzione di φ, e quest'angolo è a sua volta funzione della deviazione luminosa Δ per effetto del prisma.

Noi dunque otterremo dalla (1) il quoziente differenziale

$$\frac{\partial \Delta}{\partial \varphi}$$

derivando dapprima p per rispetto a Δ, e indi Δ per rispetto a φ. La condizione del minimo di Δ, ossia

$$\frac{\partial \Delta}{\partial \varphi} = 0$$

riceve con ciò la seguente espressione:

$$(2)\quad p^2\}(L_1 - L)\,\mathrm{sen}\,2\varphi + 2\,L_2\cos 2\varphi\{ + (M - M_1)\,\mathrm{sen}\,2\varphi - 2\,M_2\cos 2\varphi = 0$$

Quivi si farà $\varphi = 90°$, poichè il minimo deve avere luogo per l'onda parallela alla bisettrice interna del prisma.

Con ciò la condizione generale del minimo di Δ si riduce alla seguente

$$(3)\qquad p^2\,L_2 - M_2 = 0$$

(1) C. Viola, op. cit., p. 202.

Ed introducendovi di nuovo i valori di L_2 ed M_2, dati di sopra, essa diviene:

$$(3a) \qquad p^2 = \frac{b^2 c^2 \alpha \alpha_1 + c^2 a^2 \beta \beta_1 + a^2 b^2 . \gamma \gamma_1}{(b^2 + c^2) \alpha \alpha_1 + (c^2 + a^2) \beta \beta_1 + (a^2 + b^2) \gamma \gamma_1}$$

Ecco ora quale aspetto presenta il nostro problema: tutte le volte che la velocità luminosa per l'onda parallela alla bisettrice interna del prisma potrà ricevere il valore, che le viene dato dall'espressione (3*a*), si verificherà il minimo della deviazione luminosa con l'angolo d'incidenza eguale all'angolo d'emergenza. Ed allora essa velocità potrà essere calcolata mercè della deviazione luminosa Δ e dell'angolo rifrangente A del prisma. Infatti essa è proporzionale all'espressione.

$$\frac{\operatorname{sen} \frac{A}{2}}{\operatorname{sen} \frac{A + \Delta}{2}}.$$

Il problema si riduce dunque a questo: ricercare quando avviene che l'espressione di p dato dalla (3*a*) sia realmente la velocità della luce, vale a dire sia eguale a quello stesso valore, che si ottiene dalla (1) facendo ivi $\varphi = 90°$.

Alcune soluzioni se ne ricavano immediatamente. Facendo infatti

$$\alpha_1 = 0 ,$$

ed essendo

$$\alpha \alpha_1 + \beta \beta_1 + \gamma \gamma_1 = 0$$

ossia

$$\beta \beta_1 = - \gamma \gamma_1 ,$$

si avrà dalla (3*a*):

$$p^2 = \frac{(c^2 a^2 - a^2 b^2) \beta \beta_1}{(c^2 + a^2 - a^2 - b^2) \beta \beta_1} = a^2$$

Altrettanto per $\varphi = 90°$, l'equazione (1) ci offre:

$$p^4 - p^2 L_1 + M_1 = 0 .$$

Per $\alpha_1 = 0$ è $\beta_1^2 = 1 - \gamma_1^2$, ed allora le due radici dell'ultima equazione sono le seguenti:

$$p^2 = \frac{(c^2 - b^2) \beta_1^2 + (a^2 + b^2)}{2} \pm \frac{(c^2 - b^2) \beta_1^2 - (a^2 - b^2)}{2}$$

ossia, chiamandole con p_1^2 e p_2^2:

$$p_1^2 = (c^2 - b^2) \beta_1^2 + b^2$$
$$p_2^2 = a^2 .$$

Ecco dunque che per $\alpha_1 = 0$, la soluzione è possibile, poichè il valore che si ottiene per p^2 dalla (3a), è identico a uno dei due che si ottengono dalla (1).

Se in luogo di fare $\alpha_1 = 0$ si facesse $\alpha = 0$, la equazione (3a) offrirebbe $p^2 = a^2$, ma all'opposto l'equazione (1) darebbe due valori per p^2, nessuno dei quali è eguale ad a^2. Da qui si conclude, le soluzioni del problema sono:

$$\left.\begin{array}{ll} & \alpha_1 = 0 \\ \text{ovvero} & \beta_1 = 0 \\ \text{ovvero} & \gamma_1 = 0 \end{array}\right\}$$

Stabilita una di queste condizioni, anche uno o due dei tre coseni α, β, γ possono annullarsi, con che le soluzioni generali acquistano delle espressioni particolareggiate.

Questo modo di trattare il problema ha condotto alla proposizione sopra espressa, che cioè il minimo della deviazione luminosa per onde parallele alla bisettrice interna del prisma avviene tutte le volte che la bisettrice esterna cada in uno dei piani di simmetria ottica del cristallo. E si credeva che con ciò il problema fosse esaurito.

Or bene poniamo il caso generale. Per quali valori di α, β, γ, α_1, β_1 e γ_1 l'espressione data da

$$p^2 = \frac{M_2}{L_2} \tag{3}$$

corrisponde alla velocità dell'onda luminosa parallela alla bisettrice interna del prisma? Chiamiamo in generale con p_1^2 e p_2^2 le due radici dell'equazione (1), e poniamo

$$p_1^2 = \frac{M_2}{L_2}.$$

Facendo nella (1) $\varphi = 0$, si ricaverà come seconda radice di p da questa equazione:

$$p_2^2 = \frac{M_1}{M_2} L_2.$$

Il prodotto di queste due quantità è:

$$p_1^2 p_2^2 = M_1 = b^2 c^2 \alpha_1^2 + c^2 a^2 \beta_1^2 + a^2 b^2 \gamma_1^2$$

Ora questa relazione esprime quanto segue [1]: Subito che la direzione X' (bisettrice interna del prisma) data dai coseni direttivi α, β, γ è la direzione di polarizzazione dell'onda, la qual onda vien data dai coseni direttivi α_1, β_1, γ_1, la velocità di questa onda acquisterà il valore:

$$p_1^2 = \frac{M_2}{L_2},$$

[1] Th. Liebisch, Physikalische Krystallographie. Leipzig 1891, p. 322.

ed allora avrà luogo necessariamente per questa onda il minimo della deviazione luminosa. Ogni piano d'onda luminosa ha due velocità e due direzioni di polarizzazione.

L'onda di velocità $\frac{M_2}{L_2}$ ha per direzione di polarizzazione la bisettrice interna del prisma, e l'onda di velocità $\frac{M_1 L_2}{M_2}$ ha per direzione di polarizzazione lo spigolo del prisma.

Riassumiamo tutte le condizioni entro le quali può avere luogo il minimo della deviazione luminosa per onde piane parallele allo spigolo del prisma rifrangente e per angoli incidente ed emergente eguali:

1) *Il minimo della deviazione ha luogo quando la bisettrice esterna del prisma cada in uno dei piani di simmetria ottica del cristallo;*

2) *Il minimo della deviazione ha eziandio luogo quando la bisettrice interna del prisma è la direzione di polarizzazione dell'onda luminosa parallela a questa bisettrice.*

Possiamo arrivare allo stesso risultato per una via sintetica, più breve, anche più comprensiva e non meno rigorosa del metodo analitico fin qui seguito.

Supponiamo per un momento che si tratti di un prisma isotropo, o meglio di un prisma dove l'indice di rifrazione sia costante per tutte le onde parallele allo spigolo del prisma. Girando il piano d'onda attorno allo spigolo del prisma in uno o nell'altro verso, la deviazione rimarrà costante in vicinanza del minimo, ma uscendo da questa posizione, la deviazione aumenterà.

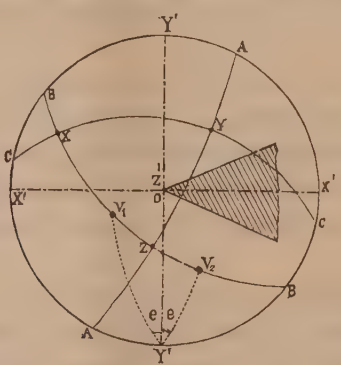
Consideriamo dunque questo aumento della deviazione per il solo effetto della rotazione del piano d'onda attorno allo spigolo del prisma, essendo costante la velocità della luce. D'altra parte se la velocità diminuisce come nei prismi anisotropi; per questa sola ragione la deviazione luminosa diminuirà rimanendo fissa la posizione dell'onda. Se ora l'aumento della deviazione luminosa per una causa è identico alla diminuzione per l'altra causa, avremo il minimo di questa deviazione. Ecco perchè la deviazione minima può avvenire in un prisma anisotropo fuori della posizione mediana; ma in tale posizione del minimo non potrà cadere nè un minimo nè un massimo della velocità luminosa. All'opposto se il minimo della deviazione luminosa deve aver luogo nella posizione mediana, vale a dire per angoli incidente ed emergente eguali, questa dovrà essere eziandio la posizione di un minimo o di una massimo della velocità luminosa.

Io dimostrai questo risultato nella mia precedente Nota [1]; esso ci apparisce evidente con una semplice considerazione.

[1] C. Viola, R. Accad. d. Lincei, I, p. 204. Roma 1900.

Il problema della minima deviazione luminosa per angoli incidente ed emergente eguali, si riduce con ciò alla ricerca del minimo o del massimo della velocità luminosa per onde parallele allo spigolo del prisma. Questo nuovo problema si risolve con la curva delle velocità normali, quale sezione della base del prisma con la superficie delle normali. Facendo cadere la bisettrice esterna del prisma in una delle posizioni dei minimi o massimi della velocità luminosa, avremo l'orientazione necessaria per una deviazione luminosa in posizione mediana, vale a dire per angoli incidente ed emergente eguali.

La curva delle velocità normali consiste di due parti interna ed esterna; è noto che essa possiede nel mezzo giro due massimi e due minimi. Ma noi possiamo ricavare questo risultato con una semplice considerazione. Ove il piano della curva delle velocità normali taglia i tre piani di simmetria ottica, devono cadere dei massimi o minimi, perchè in tali luoghi le onde ordinarie sono tangenti alla superficie delle normali, e quindi anche tangente alla detta curva. La quarta posizione dove l'onda è pure tangente alla curva delle normali è caratterizzata da questo, che la proiezione del raggio luminoso sul piano della curva cade nella normale all'onda. Ora questa condi-



zione è verificata se il piano che contiene la normale all'onda, è perpendicolare al piano della curva della velocità; vale a dire la condizione è verificata quando la direzione di polarizzazione dell'onda cade nel piano della curva. E questo è il risultato, che abbiamo sopra trovato analiticamente.

La posizione di questo quarto massimo o minimo ha una proprietà importante, che vogliamo ora rilevare; per mezzo di essa si arriverà alla conclusione che la curva delle velocità normali possiede nel mezzo giro quattro fra massimi e minimi e quattro soltanto.

La figura annessa dà in proiezione stereografica i poli X, Y, Z dei tre assi di simmetria ottica omonimi del cristallo. Nel centro O della proiezione si proietta lo spigolo del prisma, che è la nostra direzione Z'; il piano del disegno è perciò perpendicolare allo spigolo del prisma, e contiene la curva delle velocità normali, che nella figura non è rappresentata.

OX′ e OY′ sono in tal caso la bisettrice interna ed esterna del prisma. La posizione di questi due assi è tale che OX′ dà la direzione di polarizzazione dell'onda normale a OY′.

Avendo il prisma questa orientazione, ne verrà che la minima deviazione luminosa per mezzo di un tal prisma succederà nella posizione mediana cioè per angoli incidente ed emergente eguali.

Siano V_1 e V_2 in proiezione i poli degli assi ottici; e si tirino i cerchi massimi $Y'V_1$ e $Y'V_2$, i quali formano nel loro punto d'incontro l'angolo $2e$. Se OX′ deve essere la direzione di polarizzazione dell'onda, la cui normale è OY′, dovrà questa direzione OY′ dividere per metà l'angolo $2e$, come si trova indicato nella figura. Con ciò è dato anche il mezzo di costruire la posizione di OY′ quando siano conosciuti gli assi ottici del cristallo. Da qui risulta pure che vi deve essere sempre una posizione tale OY′ che soddisfi a questa condizione, ed una sola.

Dato che sia lo spigolo di un prisma birifrangente (Z′ nella figura) e trattisi di tagliare questo prisma con siffatta orientazione, che per risultato si abbia la minima deviazione luminosa per angoli incidente ed emergente eguali, le soluzioni di questo problema sono quattro. Tre di esse sono date dai tre piani di simmetria ottica del cristallo. Nella figura sono segnate queste tre posizioni date dai tre diametri AA, BB, CC. La quarta soluzione è determinata con la posizione degli assi ottici.

Il fenomeno dei massimi e minimi come condizione della minima deviazione di un prisma per angoli incidente ed emergente eguali, trova un certo riscontro nel fenomeno dei massimi e minimi della riflessione totale.

Prendiamo da una parte lo spigolo di un prisma rifrangente, e dall'altra il piano ad esso normale. La riflessione totale in questo piano ha nel mezzo giro due minimi e due massimi precisamente come esistono due minimi e due massimi della velocità luminosa normale allo spigolo. — Tre di essi nell'un caso coincidono con i tre nell'altro caso. La quarta posizione nell'un caso è vicinissima alla quarta posizione nell'altro caso, poichè in entrambi la detta posizione è distinta da questo che la direzione di polarizzazione cade nel piano di sezione normale allo spigolo del prisma (1). Ma intanto per costruire la quarta posizione pel caso della riflessione totale si procederà come si è fatto poc'anzi, con la differenza che in luogo degli assi ottici V_1 e V_2 si assumono gli assi dei raggi. La quarta posizione nel caso della riflessione totale cadrà tanto vicina alla quarta orientazione della bisettrice esterna del prisma nel caso della deviazione minima, quanto sono pure vicini tra di loro gli assi ottici e gli assi dei raggi.

E finalmente vediamo quali sono i valori della velocità luminosa che si ottengono con i due modi di osservazione. Dapprima per le prime tre

(1) C. Viola, Zeitsch. für Krystall. XXXIV, fascicolo III. Bull. d. la Société franc. de Miner. tome XXV, 1902.

posizioni tanto il metodo della riflessione totale quanto il metodo della minima deviazione col prisma danno gli indici principali di rifrazione del cristallo n_p , n_m , n_g . Il metodo della minima deviazione dà anche per la quarta posizione un indice di rifrazione intermedio. Invece il metodo della riflessione totale dà per questa quarta posizione non l'indice di rifrazione dell'onda, ma del raggio luminoso.

Io credo che il problema della minima deviazione luminosa mediante prismi birifrangenti riceva con ciò una soluzione completa.

Patologia Vegetale. — *La bacteriosi della canepa* (1). Nota del dott. Vittorio Peglion, presentata dal Corrisp. Cuboni.

Nell'estate del 1896 ho dato una descrizione sommaria di una speciale alterazione dello stelo della canepa, caratterizzata da una profonda disorganizzazione dell'epidermide e del tessuto corticale e dalla presenza in seno ai tessuti alterati di zoogloee di un microrganismo, i cui caratteri morfobiologici presentavano grandissima analogia col *Bacillus Cubonianus*, che, come è noto, determina delle lesioni specifiche nelle foglie e nei getti erbacei del gelso. Da quell'epoca non mi si è offerta più l'occasione di estendere le mie ricerche intorno a questa bacteriosi della canepa e non mi consta che da altri sia stata oggetto di studio; nè si può tacere che qualche dubbio sia stato sollevato in merito alle specificità di questa manifestazione patologica, derivante dal fatto che i pochi cenni descrittivi circa l'apparenza macroscopica delle lesioni, potevano ingenerare confusione con quelli che produce la grandine: tale incertezza può in pratica avere delle conseguenze tutt'altro che lievi, quando si rifletta alle numerose controversie che possono insorgere nell'apprezzamento o nella verifica dei danni arrecati dalla grandine stessa; d'altra parte la scarsezza del materiale da studio di cui disponevo allora e l'imperfetta conoscenza delle condizioni locali nelle quali erano state rinvenute le piante colpite non permettevano in alcun modo di pronunciarsi intorno alla possibile correlazione fra le lesioni della grandine con queste, aventi carattere infettivo.

Nei giorni scorsi ho avuto occasione di osservare numerose piante di canepa, cresciute in condizioni non molto favorevoli, per imperfetta preparazione del terreno e per semina tardiva, seguita da condizioni climateriche insistentemente sfavorevoli: numerose foglie ed in qualche caso anche la vetta o fiocco della pianta mostravano tracce di un'alterazione che volgarmente viene indicata dai contadini coll'espressione generica di *brusone*, e che un esame

(1) Relazioni e studî della Cattedra Ambulante di Agricoltura per la Provincia di Ferrara.

superficiale può far attribuire al parassitismo di qualche crittogama folicola, dei generi *Phyllosticta* o *Septoria*.

Dette foglie sono cosparse di macchie nere di forma irregolare in corrispondenza delle quali i tessuti fogliari sono disseccati, fragili; esse si iniziano sotto forma di puntini giallognoli ed in pochi giorni possono compromettere gran parte della superficie della foglia; quando venga interessata qualche nervatura la foglia si raggrinza o si accartoccia; la parte periferica della macchia presenta un leggero scoloramento e non mai un'orlatura decisa, come si osserva nelle macchie prodotte dalle suddette crittogame.

Collocando queste foglie sopra dischi di carta bibula, racchiusi in scatole di Petri, dopo poche ore si osserva una leggera tumescenza in quei tratti della pagina inferiore della foglia occupati dalle macchie, e non tardano a comparire delle grosse guttule giallognole che all'esame microscopico si dimostrano formate da colonie pure di diplococchi.

Praticando delle sottili sezioni di foglie, fissate coll'alcool appena staccate dalla pianta, e lasciandole soggiornare per un certo tempo in soluzione diluita di potassa caustica, neutralizzata poscia con acido lattico, senza ricorrere ad alcun processo speciale di colorazione, è facile osservare negli spazi intercellulari, esistenti nei tessuti alterati, fitte colonie di microrganismi, specialmente abbondanti nella parte periferica della macchia sul limite coi tessuti sani. Le più scrupolose ricerche mi hanno permesso di escludere che nei tessuti stessi esistano altre crittogame; conservando le foglie ammalate in camera umida per lo spazio di varî giorni, nulla si sviluppa ad eccezione delle colonie suddette e solo più tardi sulle foglie ormai alterate appaiono le muffe ubiquitarie.

Quando le macchie hanno raggiunto una certa dimensione, i tessuti disseccati si screpolano e si distaccano così da rendere le foglie più o meno bucherellate.

La bacteriosi si rinviene in modo precipuo se non esclusivo nei canepai a sviluppo stentato, specialmente per difettosa preparazione del terreno; essa è frequente nelle piante crescenti in quei tratti di terreno *crudo*, terreno che per sistemazione degli appezzamenti non abbia subìto ancora l'azione benefica dei lavori e delle concimazioni ripetute, a cui i buoni terreni da canepa devono la caloria o forza vecchia caratteristica.

Sembra anche che l'andamento climaterico esplichi un'azione decisiva sulla diffusione e gravità della infezione; ed infatti quest'anno essa è abbastanza comune, lo sviluppo della canepa nella pluralità dei casi essendo stato senza posa intralciato dalla semina sino agli ultimi di maggio.

La possibilità di infezione bacteriacea della canepa può quindi ritenersi strettamente connessa con il perturbamento del chimismo interno della pianta cui segue una depressione della resistenza di essa verso la penetrazione del parassita; cosicchè il manifestarsi della malattia stessa è una espressione di

miseria fisiologica più o meno accentuata. Resta ancora da stabilire quale sia il comportamento del microrganismo al di fuori della pianta, e se esso sia o no identico col *Bacillus Cubonianus*, ovvero una forma ubiquitaria che possa anche rientrare fra quelle che prendono parte al processo di macerazione della canepa: anche nelle lesioni cagionate allo stelo erbaceo dalla grandine si rinvengono abbondanti colonie di microrganismi aventi molti caratteri affini a questi.

Del resto, altre infezioni bacteriacee delle piante prendono inizio da queste lesioni: negli uliveti, di regioni soggette alla grandine, la rogna è assai frequente ed è una delle conseguenze più gravi delle lesioni cagionate dai chicchi, sebbene l'infezione stessa possa avvenire anche per altre vie. Così se uno sviluppo stentato, provocato da disturbi nella nutrizione, può essere cagione sufficiente per determinare l'infezione bacteriacea della canepa, l'infezione stessa troverà un terreno assai ben preparato nella canepa grandinata, nella quale non solo è depressa la resistenza organica, ma è eziandio eliminato il riparo meccanico in seguito alle soluzioni di continuità cagionate ai tessuti.

PERSONALE ACCADEMICO

Giunse all'Accademia la dolorosa notizia della morte del Corrispondente Viceammiraglio G. Battista Magnaghi, mancato ai vivi il 22 giugno 1902; apparteneva il defunto all'Accademia sino dal 31 dicembre 1883. Il Vicepresidente Blaserna mandò un telegramma di condoglianza alla famiglia del defunto, la quale rispose ringraziando commossa pel prezioso attestato di stima e d'affetto ricevuto.

CONCORSI A PREMI

Il Vicepresidente Blaserna comunicava al sig. Guglielmo Marconi il conferimento del premio straordinario della Fondazione *Santoro*, colla seguente lettera:

Roma, 2 giugno 1902.

« Sono lieto di potere annunziare alla S. V. che la R. Accademia dei Lincei, nella « sua adunanza plenaria del 31 maggio scorso, e su proposta delle Categorie di Fisica, « di Chimica e di Mineralogia, con voto unanime Le assegnava un premio straordinario « e fuori concorso della Fondazione *Santoro*, di Lire 10 mila.

« Questa onorifica distinzione, che lascia da parte tutte le formalità del concorso, « Le è stata aggiudicata come prova del costante e vivo interesse che l'Accademia prende « ai perseveranti e grandiosi progressi che per opera di Lei ha fatto e fa la telegrafia

« senza fili. E l'Accademia intende con ciò, darle tutto l'appoggio suo e tutti gl'inco-
« raggiamenti, affinchè Ella continui nella bellissima sua opera scientifica.

« Io mi farò un piacere d'inviarle al più presto l'ammontare del premio, tosto che
« Ella vorrà accusarmi ricevuta della presente, e indicarmi l'indirizzo preciso al quale
« dovrò spedire il premio anzidetto.

« Colle mie più vive congratulazioni.

Il Vicepresidente
PIETRO BLASERNA.

Il sig. GUGLIELMO MARCONI rispondeva al Vicepresidente colla seguente lettera:

Near Poole, 22 giugno 1902.

« Ho l'onore di ringraziare la S. V. per la gentilissima lettera in data 2 corr., alla quale non ho potuto rispondere personalmente prima di ora a causa di un forte attacco d'influenza che mi ha obbligato al letto per oltre due settimane. La prego di avere la bontà di far conoscere alla Reale Accademia dei Lincei che tengo il premio assegnatomi quale il più grande onore ed incoraggiamento sinora ricevuto, ma che allo stesso tempo sento che tale alta onorificenza che la R. Accademia mi ha voluto conferire è ben superiore a qualsiasi merito mio.

« In risposta alla domanda contenuta nella lettera della S. V., La prego di inviare l'ammontare del premio al mio indirizzo in Londra e cioè a 18, Finch Lane, E. C.

« Ringraziandola di cuore per le oltremodo lusinghiere e gentili espressioni rivoltemi nella di Lei lettera mi dichiaro

« Della S. V.

Dev.mo
GUGLIELMO MARCONI.

CORRISPONDENZA

Ringraziarono per le pubblicazioni ricevute:

La Società Reale di Hobart; la Società Khediviale di geografia, del Cairo; la Società zoologica di Tokyo; la Società geologica di Sydney; l'Istituto Smithsoniano di Washington; l'Università di Upsala.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA
dal 2 al 30 giugno 1902.

Albert Ier P. de Monaco. — Notes de géographie biologique marine. Berlin, 1900. 8°.

Id. — La troisième campagne scientifique de la Princesse Alice II. Paris, 1902. 4°.

Id. — Résultats des campagnes scientifiques accomplies sur son Yacht. Fasc. XXI. Monaco, 1902. 4°.

Amodeo F. — Coup d'oeil sur les courbes algébriques au point de vue de la gonalité. Paris, 1902. 8°.

Amodeo F. — Rappresentazione stereoscopica delle figure dello spazio nel Città di Castello. S. a. 8°.

Id. — Stato delle matematiche a Napoli dal 1650 al 1732. Napoli, 1902. 4°.

Balch E. S. — Antarctica. Philadelphia, 1902. 8°.

Barbèra M. — L'etere e la materia ponderabile. Torino, 1902. 8°.

Carta idrografica d'Italia. Arno, Val di Chiana e Serchio. Roma, 1902. 4°.

Carvallo E. — L'électricité déduite de l'expérience et ramenée au principe des travaux virtuels. Paris, 1902. 2°.

Catalogo della Biblioteca della Società degli ingegneri e degli architetti italiani. 1° Supp.° Roma, 1902. 4.

Catalogue of scientific papers (1800-1883). Supplementary volume. Vol. XII. London, 1902. 4°.

Coulon G. — Sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du second ordre par la méthode des caractéristiques. Paris, 1902. 4°.

De Goeij R. — Le Rythmique du Combat du Cid contre les Mores; le Cid de Pierre Corneille, Paris, 1902. 8°.

Di Legge A. — Sopra alcuni metodi di combinazione delle osservazioni. Roma, 1902. 8°.

Id. e *Giacomelli F.* — Catalogo di declinazioni medie nel 1900,0 di 1419 stelle comprese nell'emisfero nord, osservate al Circolo Meridiano negli anni 1895-99. Roma, 1902. 4°.

Id. e *Posperi A.* — Osservazioni del diametro orizzontale del sole fatte nel R. Osservatorio del Campidoglio negli anni 1896-1900. Roma, 1902. 4°.

Gallardo A. — Interpretacion dinamica de la division celular. Buenos-Aires, 1902. 8°.

Gaudry A. — Jubilée de M. A. Gaudry. Paris, 1902. 8°.

Lockyer N. — On the spark discharge from metallic poles in water. London, 1902. 8°.

Maffucci A. — Le tubercolosi bovine sotto il rapporto industriale ed igienico. Firenze, 1902. 4°.

Middendorp K. W. — Die Ursache der Tuberkulose nach Pr. Dr. R. Kock und dessen Heilverfahren. Leipzig, 1902. 8°.

Nansen F. — The Norvegian North Polar Expedition 1893-1896. Scientific Results. Vol. III. London, 1902. 4°.

Pantocsek J. — Die Bacillarien des Klebschieffers von Kertsch. St. Pétersbourg, 1902. 8°.

Pepere A. — Dell'origine congenita dell'adenoma solitario del fegato. Torino, 1902. 8°.

Id. — I tumori maligni primarî del fegato. Napoli, 1902. 8°.

Pflüger E. — Die quantitative Analyse des Glykogenes. Bonn, 1902. 8°.

Richard J. — Campagne scientifique de la Princesse Alice en 1901. Paris, 1902. 8°.

Richard J. — Copépodes et Cladocères de l'Ile Borkum. Paris, 1898. 8°.

Id. — Sur le Muséum océanographique de Monaco. Berlin, 1900. 8°.

Id. — Sur une nouvelle bouteille destinée à recueillir l'eau de mer à des profondeurs quelconques. Paris, 1902. 8°.

Salmojraghi F. — Il Pozzo detto Glaciale di Tavernola Bergamasca sul Lago d'Iseo. Roma, 1902. 8°.

Silvestri F. — Sulle ghiandole cefaliche o anteriori del Pachyiulus communis (Savi). Portici, 1902. 8°.

Sokolov A. — Ascensions droites moyennes des étoiles principales pour l'époque 1885,0. St. Pétersbourg, 1898. 4°.

Solar Physics Committee — Catalogue of four hundred and seventy of the brighter Stars, Classified according to their Chemistry at the Solar Physics Observatory South Kensington. London, 1902. 4°.

Somigliana C. — Sul potenziale elastico. Milano, 1902. 4°.

Tommasina Th. — Sur l'absorption de la radioactivité par les liquides. Paris, 1902. 4°.

Id. — Sur l'induction radiante et sur l'existence de rayons qui subissent la réflexion dans le rayonnement émis par un mélange de chlorures de radium et de baryum. Genève, 1902. 8°.

Vinassa de Regny P. — Note geologiche sulla Tripolitania. Bologna, 1902. 8°.

Wolfer A. — Astronomische Mitteilungen. Nr. XCIII. Zürich, 1902. 8°.

V. C.